

Ad-Soyad:

CEVAPLAR

21.01.2020

Numara:

İmza:

KODLAMA TEORİSİ I BÜTÜNLEME SINAVI SORULARI

- 1) a) C , F_3 üzerinde tanımlı 11 uzunluğunda 2-hata düzelten bir kod olmak üzere C nin en fazla 3^6 sözcük içerdiğini gösteriniz (10p).
b) C , F_2 üzerinde tanımlı 2-hata düzelten bir $[n, k]$ -kod olsun. l , $n^2 + n + 1 \geq 2^l$ sağlayan bir tamsayı ise $k < n - l + 1$ olduğunu gösteriniz (10p).

a) $n=11$ $2t+1=5=d$ $q=3$
 $t=2$

$$M \left\{ \binom{n}{0} + \binom{n}{1}(q-1) + \binom{n}{2}(q-1)^2 \right\} \leq q^n$$

$$\Rightarrow M \{ 243 \} \leq 3^{11} \Rightarrow M \leq 3^6$$

b) $t=2$ $d=5$ $M=2^k$

$$2^k \left\{ \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} \right\} \leq 2^n$$

$$\Rightarrow 2^k \left\{ 1 + n + \frac{n!}{(n-2)!2!} \right\} \leq 2^n$$

$$\Rightarrow 2^{k-1} \left\{ 2 + n + n^2 \right\} \leq 2^n$$

$$\Rightarrow n^2 + n + 1 \leq 2^{n-k+1} - 1$$

$$\Rightarrow k < n - k + 1$$

$$\Rightarrow k < n - k + 1$$

2) a) $q = 3, n = 6, M = 4, d = 5$

b) $q = 5, n = 6, M = 5, d = 6$

parametrelerine sahip kodlar varsa bulunuz (10p).

a) $C = \{ 000000, 011111, 222210, 101222 \}$

b) Tekrar kodu

3) 4 uzunluğunda F_3 üzerinde tanımlı tüm devirli kodların üreteç matrislerini bulunuz (20p).

$$x^4 - 1 = (x+2)(x+1)(x^2+1)$$

$$g_1(x) = 1$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_2(x) = x+2$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_3(x) = x+1$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_4(x) = 1+x^2$$

$$G_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_5(x) = \frac{(x+2)(x+1)}{G_5 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$g_7(x) = \frac{(x+1)(x^2+1)}{G_7 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$g_6(x) = \frac{(x+2)(x^2+1)}{G_6 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$g_8(x) = \frac{x^4-1}{G_8 = 0}$$

- 4) F_7 üzerinde tanımlı $[8,6]$ -Hamming kodunun dualinin üreteç matrisini bulunuz. $(3,5,2,3,4,1,0,6)$ ve $(1,0,5,2,1,3,6,0)$ vektörlerini dekodlayınız (15p).

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$S((3,5,2,3,4,1,0,6)) = (0,0)$$

$$x=y$$

$$S((1,0,5,2,1,3,6,0)) = (3,6)$$

$$x = y - (0,0,0,3,0,0,0,0)$$

$$= (1,0,5,6,1,3,6,0)$$

- 5) $F_4 \cong \mathbb{Z}_2[a]/\langle a^2 + a + 1 \rangle$ olmak üzere F_4 üzerinde tanımlı C kodunun üreteç matrisi $G = \begin{bmatrix} 1 & a \end{bmatrix}$ olsun. $(1, a + 1)$ elemanının nasıl dekodlanacağını bulunuz (15p).

$$C = \{ (1, a), (0, 0), (a, a+1), (a+1, 1) \}$$

$(0, 0)$	$(1, a)$	$(a, a+1)$	$(a+1, 1)$
$(0, 1)$	$(1, a+1)$	(a, a)	$(a+1, 0)$
$(0, a)$	$(1, 0)$	$(a, 1)$	$(a+1, a+1)$
$(0, a+1)$	$(1, 1)$	$(a, 0)$	$(a+1, a)$

$(1, a+1) \longrightarrow (1, a)$ olarak dekodlanır.

6) C, F_2 üzerinde tanımlı bir kod olsun. $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ olmak üzere

a) $G = ?$

b) $C = ?$

c) Sendrom arama tablosunu oluşturunuz.

d) $(1,0,1,1,0,1)$ ve $(1,0,1,1,1,0)$ vektörlerini dekodlayınız (20p).

a) $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $C = \{ (0,0,0,0,0,0), (1,0,0,0,1,1), (0,1,0,1,1,1), (0,0,1,1,0,1), (1,0,1,1,1,0), (1,1,0,1,0,0), (1,1,1,0,0,1), (0,1,1,0,1,0) \}$

c)

Sınıf liderleri:

000000

100000

1

1

010001

Sendromlar

000

011

110

d)

$(1,0,1,1,0,1) \longrightarrow (0,0,1,1,0,1)$

$(1,0,1,1,1,0) \longrightarrow (1,0,1,1,1,0)$